МЕХАНИКА

УДК 681.51

В.Л.ЗАКОВОРОТНЫЙ, ФАМ ДИН ТУНГ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СО СРЕДОЙ

В статье предлагается способ математического моделирования эволюционных изменений в динамической системе, взаимодействующей со средой. При этом параметры динамической модели среды представляются в виде интегральных операторов Вольтера относительно траекторий работы и мощности необратимых преобразований.

Ключевые слова*: моделирование, эволюция, интегральные операторы.*

Введение. Большинство технических систем функционируют в условиях взаимодействия отдельных их элементов через различные среды: аэродинамические, гидродинамические, трибологические, технологические и др. При этом в пограничных зонах сопряжения некоторых элементов системы со средой формируются диссипативные образования, оказывающие влияние на траектории движений. Свойства этих образований, характеризующих формируемую динамическую связь, обладают эволюционной изменчивостью. Причём её эволюция зависит от траекторий работы и мощности необратимых преобразований, имеющих место в узлах сопряжений элементов системы со средой.

Изучение эволюции технической системы является традиционным, и оно связано с проблемой обеспечения надёжности. В частности, при обработке на металлорежущих станках изучение эволюционных преобразований затрагивает такие вопросы, как развитие износа инструмента, изменение показателей качества изделий в ходе функционирования системы резания и др. Однако все эти показатели характеризуют внешнее проявление эволюционных изменений. Большее значение имеют эволюционные изменения динамической характеристики процесса резания, которая оказывает влияние на параметры геометрического качества изделия и состояние процесса обработки.

Математическая модель эволюционных преобразований. При построении динамических моделей используется иерархический принцип, основанный на разделении движений на «медленные» движения исполнительных элементов и «быстрые», которые рассматриваются в вариациях относительно траекторий «медленных» движений [1]. Будем считать заданными траектории «медленных» движений исполнительных элементов, которые формируются в независимой системе отсчёта $X = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}^T \in$Х. Здесь и далее символ $\{\cdots\}^T$ означает операцию транспонирования. Для определённости, например, применительно к токарной обработке компоненты вектора X имеют следующий смысл: X_1 – координата поперечного перемещения суппорта; X_2 - координата

перемещения суппорта в направлении скорости резания (очевидно, что в традиционной компоновке станка $X_2 \equiv 0$); X_3 - координата поперечного перемещения суппорта; X_4 - угловая координата положения шпинделя. Если обработка ведётся с неизменной частотой вращения шпинделя, то $dX_4 / dt = const$. Таким образом, в пространстве X задаются траектории исполнительных перемещений станка. Если не принимать во внимание погрешности приводов исполнительных перемещений, то эти траектории, заданные в виде фазовых траекторий, – есть программа ЧПУ. Например, для токарного станка при программировании траектории движения суппорта задаётся скорость подачи на заданном перемещении, то есть фазовая траектория $\{X_3, dX_3 / dt\}$. В результате пересечения траекторий пространства X с расположенной в этом пространстве заготовкой формируются взаимодействия $F = (F_1(t), F_2(t), F_3(t))^T \in$ F, заданные своими проекциями. Эти силы совершают работу при некоторой их мощности. Именно работа сил резания при некоторой их мощности приводит к изменению свойств процесса резания, вызывая эволюционные преобразования в динамической системе резания.

Силы резания зависят от упругих деформаций инструмента относительно заготовки. Поэтому введём в рассмотрение векторы упругих деформаций инструмента $F = (F_1(t), F_2(t), F_3(t))^T \in$ Y относительно заготовки $F = (F_1(t), F_2(t), F_3(t))^T \in$Z. Следовательно, в общем случае силы резания являются функциями всех координат пространств X, Y и Z. Как уже отмечено, в рамках настоящей статьи траектории исполнительных элементов станка и геометрия заготовки в пространстве X считаются заданными. Следуя [1], определим уравнение динамики системы, которое дополним эволюционными изменениями параметров $p = \{p_1, p_2, \cdots p_s\}$ динамической характеристики процесса резания (в общем случае - среды):

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2Y(t)}{dt^2} + h\dfrac{dY(t)}{dt} + cY(t) = F(X, \dfrac{dX}{dt}, Y, \dfrac{dY}{dt}, Z, \dfrac{dZ}{dt}, p); \\ M\dfrac{d^2Z(t)}{dt^2} + H\dfrac{dZ(t)}{dt} + CZ(t) = F(X, \dfrac{dX}{dt}, Y, \dfrac{dY}{dt}, Z, \dfrac{dZ}{dt}, p); \\ p^{(i)}(A) = p_{i,0} + p_i \int\limits_0^A w_{P_i}(A - \tau) N(\tau) d\tau, i = 1,2...s; \\ A(t) = \int\limits_0^t N(t) dt; \\ N(t) = V_p |F_2(t)|, \end{cases} \qquad (1)$$

где m, M – диагональные матрицы размером $3 \otimes 3$; $c = \lfloor c_{s,k} \rfloor$, $c = \lfloor c_{s,k} \rfloor$ – положительно определённые симметричные матрицы

жёсткости подсистемы инструмента и заготовки размером $3 \otimes 3$, неизменные по координатам перемещения суппорта и неизменные при смещении точки равновесия системы; $h = \lfloor h_{s,k} \rfloor$, $H = \lfloor H_{s,k} \rfloor$ – положительно определённые симметричные матрицы диссипации подсистемы инструмента и заготовки размером $3 \otimes 3$, также неизменные по координатам перемещения суппорта и неизменные при смещении точки равновесия системы; $w_{P_i}(A-\tau) = \exp[-\frac{1}{T_{P_i}}(A-\tau)]$ – ядра интегральных операторов, причём T_{P_i} – постоянные работы, имеющие размерность $кГм$; эти параметры характеризуют эволюционную наследственность траекторий по мере совершения работы; V_P – скорость резания, которая в нашем случае считается постоянной.

Сделаем предварительные замечания по поводу модели (1). В рассматриваемой системе параметры динамической характеристики процесса резания имеют начальные значения $p_{i,0}$ и значения p_i, зависящие от траектории работы и мощности. В свою очередь, траектория работы и мощности является функцией координат состояния системы. В дальнейшем будем рассматривать наиболее важный случай, когда работа и мощность изменяются настолько медленно, что в пределах одного шага интегрирования системы (1) их можно считать неизменными. Другими словами, запаздывание в вычислении A и N на один шаг не влияет на общую динамику системы. Кроме этого в систему (1) входят параметры динамической модели подсистем инструмента и заготовки. Методы вычисления этих параметров и их идентификации известны [2]. Что касается динамических моделей процесса резания, раскрывающих связь координат исполнительных элементов станка и упругих деформаций инструмента относительно заготовки, то такие модели рассмотрены ранее [2]. В частности, показано, что в окрестности стационарной траектории, задаваемой «медленными» движениями исполнительных элементов, возможно их линеаризованное представление. Тогда в окрестности стационарной траектории «медленных» движений реакция со стороны процесса резания определяется матрицами динамической жёсткости и диссипации процесса обработки. Принципиальное значение при изучении эволюционной перестройки динамической системы имеют параметры ядер интегральных операторов $w_{P_i}(A-\tau)$, которые в данном случае считаются стационарными. Вопросы идентификации ядер будут рассмотрены ниже. Вначале, чтобы раскрыть общие принципы анализа, будем считать их заданными.

Особенности эволюционных преобразований динамической системы. Рассмотрим систему, обладающую следующими свойствами:

- силы резания удовлетворяют гипотезе неизменной их ориентации в пространстве. Ориентация задаётся угловыми коэффициентами $\chi = (\chi_1, \chi_2, \chi_3)$;
- в вариациях относительно стационарной траектории, задаваемой X, динамическую характеристику можно линеаризовать и реакцию со

стороны процесса обработки заменить матрицами динамической жёсткости и диссипации. Тогда вместо (1) имеем

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2Y(t)}{dt^2}+h\dfrac{dY(t)}{dt}+cY(t)=F(t)\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}; \\ M\dfrac{d^2Z(t)}{dt^2}+H\dfrac{dZ(t)}{dt}+CZ(t)=F(t)\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}; \\ F(t)=F_0+F^{(Э)}(t)+\alpha(A)(-Y_1(t)-Z_1(t))+\beta(A)(-\dfrac{dY_1}{dt}(t)-\dfrac{dZ_1}{dt}(t)); \\ F^{(Э)}(t)=f\int\limits_0^A w_\alpha(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ \alpha(A)=\alpha_0+\gamma\int\limits_0^A w_\alpha(A-\tau)N(\tau)d\tau;\beta(A)=\beta_0+\eta\int\limits_0^A w_\beta(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ A(t)=\int\limits_0^t N(t)dt;N(t)=V_p|\chi_2F(t)|, \end{cases} \qquad (2)$$

где f, γ, η – согласующие коэффициенты, имеющие соответственно размерность $[\dfrac{c}{кГм^2}]$, $[\dfrac{c}{кГм^3}]$ и $[\dfrac{c^2}{кГм^3}]$; эти коэффициенты характеризуют интенсивность эволюционных изменений постоянной составляющей силы резания, жёсткости и диссипации процесса обработки. В этом случае эволюционные составляющие постоянной составляющей силы резания, коэффициента жёсткости и диссипации соответственно получаются в $[кГ]$, $[кГ/м]$ и $[кГ/м]$.

В системе (2) начальные условия определяются значениями упругих деформаций инструмента $Y^*=\{Y_1^*,Y_2^*,Y_3^*\}^T$ относительно заготовки $Z^*=\{Z_1^*,Z_2^*,Z_3^*\}^T$ на начальной стадии процесса, когда эволюционные изменения параметров динамической жёсткости и диссипации отсутствуют, то есть $\alpha(A)=\beta(A)=0$. Таким образом,

$$Y(0)=\{Y_1^*,Y_2^*,Y_3^*\}^T,\ \frac{dY}{dt}(0)=\{0{,}0{,}0\}^T,$$

$$Z(0)=\{Z_1^*,Z_2^*,Z_3^*\}^T,\ \frac{dZ}{dt}(0)=\{0{,}0{,}0\}^T. \qquad (3)$$

В приведённой модели скорость резания считается величиной постоянной. Таким образом, если система имеет точку равновесия асимптотически устойчивую, то работу совершает только составляющая силы, направленная по скорости резания. Координаты $Y(0)=Y^*$ и $Z(0)=Z^*$, определяющие начальное состояние системы, являются решениями систем:

$$cY(0)=\chi_iF(0);CZ(0)=\chi_iF(0),i=1{,}2{,}3. \qquad (4)$$

Функции Y и Z характеризуют смещения точки равновесия, обусловленные особенностями силового взаимодействия на начальном этапе

процесса резания и эволюционными преобразованиями системы (2) в связи с совершаемой работой при некоторой мощности необратимых преобразований, зависящей от траектории. Старт эволюционных преобразований начинается в точке $t=0$, в которой совершённая работа равна нулю. Поэтому имеет смысл при анализе рассматривать композицию $Y(A)=Y^{*}+Y^{(Э)}(A)$ и $Z(A)=Z^{*}+Z^{(Э)}(A)$, которой во времени соответствует композиция $Y(t)=Y^{*}+Y^{(Э)}(t)$ и $Z(t)=Z^{*}+Z^{(Э)}(t)$. Так как работа, время, текущие силы и перемещения в (2) взаимосвязаны, то можно также рассмотреть функции $Y(X_3)=Y^{*}+Y^{(Э)}(X_3)$ и $Z(X_3)=Z^{*}+Z^{(Э)}(X_3)$ смещения точки равновесия по перемещению инструмента относительно заготовки, причём здесь X_3 – это путь, пройденный инструментом относительно заготовки при изготовлении партии изделий.

Функция $A(t)$ является возрастающей на всем интервале интегрирования, так как подынтегральное выражение в любой момент времени неотрицательная величина. Так как в приведённой упрощённой модели матрицы суммарные матрицы жёсткости и диссипации имеют коэффициенты, которые «медленно» изменяются в ходе эволюционных преобразований, то эволюционной является не только точка равновесия, но и изменяются динамические свойства системы для «быстрых» движений. Поэтому эволюционной траектории $Y^{(Э)}(t)$ и $Z^{(Э)}(t)$ должны соответствовать траектории корней характеристического полинома в комплексной плоскости. Однако при высокой интенсивности эволюционных преобразований возможна такая ситуация, когда сами эволюционные преобразования оказывают влияние на динамику системы. Интенсивность эволюционных преобразований в (2) определяется коэффициентами γ и η.

Приведём пример. Будем считать неизменными динамические характеристики подсистемы инструмента и все условия обработки, кроме значений динамической жёсткости и диссипации процесса резания. Основные параметры приведены в табл.1, 2, начальные значения жёсткости и диссипации $\alpha_0=100кГ/мм$ и $\beta_0=10\frac{кГс}{мм}$. Сила резания на начальном этапе $F_0=100кГ$; постоянные эволюционной наследственности T_α и T_β соответственно равны $T_\alpha=50кГм$ и $T_\beta=20кГм$; коэффициенты ориентации силы: $\chi_1=0{,}50$; $\chi_2=0{,}71$; $\chi_3=0{,}50$.

Таблица 1

Параметры подсистемы инструмента

$m,\frac{кГс^2}{мм}\cdot10^{-3}$	$h,\frac{кГс}{мм}$	$c,\frac{кГ}{мм}\cdot10^{3}$
$\begin{bmatrix}0{,}25; & 0; & 0\\ 0; & 0{,}25; & 0\\ 0; & 0; & 0{,}25\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0{,}6; & 0{,}1; & 0{,}08\\ 0{,}1; & 0{,}5; & 0{,}2\\ 0{,}08; & 0{,}2; & 0{,}7\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1{,}0; & 0{,}3; & 0{,}2\\ 0{,}3; & 1{,}2; & 0{,}4\\ 0{,}2; & 0{,}4; & 1{,}6\end{bmatrix}$

Таблица 2

Параметры подсистемы заготовки

$m, \frac{кГс^2}{мм} \cdot 10^{-3}$	$h, \frac{кГс}{мм}$	$c, \frac{кГ}{мм} \cdot 10^3$
$\begin{bmatrix} 5{,}0; & 0; & 0 \\ 0; & 5{,}0; & 0 \\ 0; & 0; & 5{,}0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5{,}0; & 1{,}0; & 0{,}8 \\ 1{,}0; & 4{,}0; & 0{,}6 \\ 0{,}8; & 0{,}6; & 2{,}0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}2; & 0{,}1; & 0{,}08 \\ 0{,}1; & 0{,}2; & 0{,}01 \\ 0{,}08; & 0{,}01; & 1{,}0 \end{bmatrix}$

Мы видим, что в зависимости от параметров интенсивности эволюционных преобразований γ и η кривые смещения точки равновесия в направлении, нормальном к оси вращения заготовки, меняются (рис.1) и при некоторых их значениях они напоминают кривые износа инструмента. Это лишний раз указывает на связь величины износа инструмента с изменениями динамической характеристики процесса резания. Заметим, что в существующей в настоящее время практике управления точностью обработки на основе соответствующих подналадок координат исполнительных элементов станков управление осуществляется с помощью непосредственного измерения диаметра детали после обработки, что выполнить, как правило, сложно, так как требуется дополнительная операция. Приведённая модель позволяет прогнозировать эти изменения в легко измеримых траекториях преобразующей системы станка.

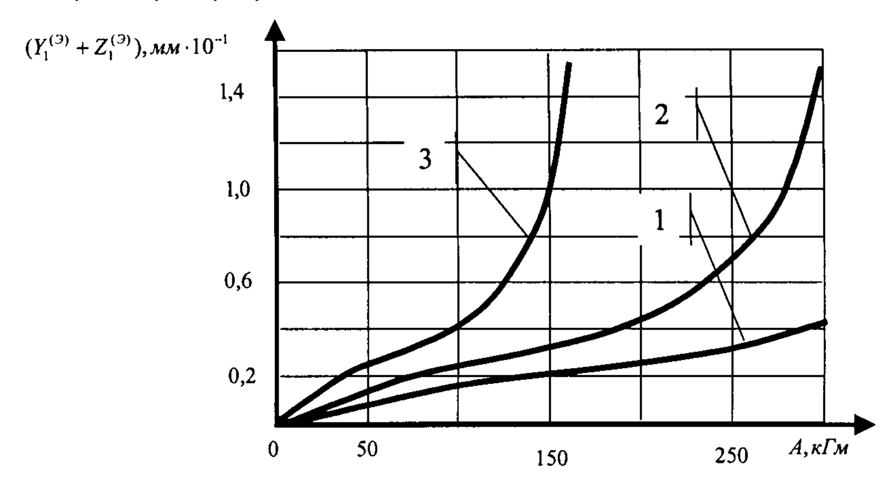
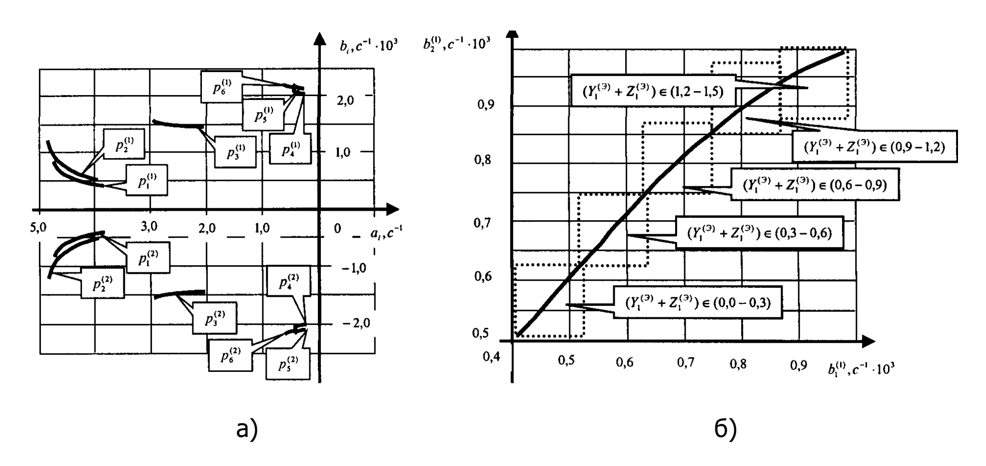


Рис.1. Смещение точки равновесия системы в направлении, нормальном к оси вращения заготовки, при её эволюционных преобразованиях: 1 – $\eta = 0{,}2$, $\gamma = 0{,}1$; 2 – $\eta = 0{,}2$, $\gamma = 0{,}5$; 3 – $\eta = 0{,}2$, $\gamma = 1{,}0$

Рассмотрим траектории корней характеристического полинома (рис.2,а), соответствующие эволюционным траекториям отклонения точки равновесия, изображённым на рис.1. Траектории вычислены для характеристического полинома системы (2) в предположении, что текущие параметры системы являются замороженными. Рассматриваемой системе отвечают шесть пар комплексно-сопряжённых корней $p_i^{(1)} = -a_i^{(1)} + jb_i^{(1)}$ и $p_i^{(2)} = -a_i^{(1)} - jb_i^{(1)}$ ($i = 1,2,\cdots 6$), расположенных в левой комплексной по-

луплоскости, так как замороженная система остаётся устойчивой на всём исследуемом отрезке функционирования. Эволюционной траектории каждого корня или его вещественной и мнимой составляющим однозначно соответствует эволюционное смещение точки равновесия. На рис.2,б приведён пример, иллюстрирующий возможность разделения отдельных эволюционных стадий на классы по признаку смещения точки равновесия.



а) б)

Рис.2. Эволюционные траектории корней характеристического полинома (а) и пример разделения на классы по величине эволюционного смещения точки равновесия (б)

Так как рассматриваемая система является детерминированной и эволюционные кривые корней не имеют участков неоднозначности, то оценивание $Y^{(Э)}(t)$ и $Z^{(Э)}(t)$ может быть абсолютно точным. Однако возможна постановка вопроса об оценивании эволюционных смещений на основе авторегрессионного спектрального анализа с помощью наблюдения за вибрационной последовательностью. В этом случае можно сформировать информационное пространство, состоящее из вещественных и мнимых составляющих корней и использовать методы классификации, подробно рассмотренные ранее, например, на основе байесовского классификационного правила.

В примере принята гипотеза о неизменности ориентации сил резания в пространстве, которая справедлива лишь в низкочастотной области и при малых вариациях износа режущего инструмента. При рассмотрении же системы (1) в вариациях, приходится считаться с тем, что в ходе эволюции наблюдается перераспределение между составляющими сил, действующих в различных направлениях. При этом в суммарных матрицах жёсткости и диссипации не только образуются кососимметричные составляющие, но и сами матрицы могут стать отрицательно определёнными.

В этом случае точка равновесия может стать неустойчивой, и тогда в пространстве состояния формируются некоторые многообразия [2]. Проиллюстрируем этот эволюционный режим на простейшем примере. Будем считать деталь недеформируемой и процесс точения при неизменных внешних условиях (скорость, подача, припуск). Для упрощения не будем рассматривать влияние работы и мощности на общие силы резания,

то есть $F^{(Э)} \equiv 0$. Таким образом, эволюционно меняются исключительно матрицы динамической жёсткости и диссипации процесса. На квазистатические позиционные силы в вариациях относительно точки равновесия X^* оказывают влияние деформации инструмента в направлении X_1. Эти составляющие изменяют суммарную матрицу жёсткости системы. Что касается матрицы диссипации процесса резания, то в результате эволюции, как уже отмечено ранее, изменяются все её компоненты. Как и ранее, скорость резания и две составляющих силы $F_0 = \{F_{0,1}, F_{0,2}, F_{0,3}\}^T$ будем считать постоянными. Таким образом, вместо (3) имеем

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2X(t)}{dt^2} + h\dfrac{dX(t)}{dt} + cX(t) = F(X, \dfrac{dX(t)}{dt}); \\ F(X, \dfrac{dX(t)}{dt}) = \{F_1(X, \dfrac{dX(t)}{dt}), F_2(X, \dfrac{dX(t)}{dt}), F_3(X, \dfrac{dX(t)}{dt})\}^T; \\ F_i(X, \dfrac{dX(t)}{dt}) = F_{0,i} + \alpha_i(-X_1(t)) + \beta_i(-\dfrac{dX_1}{dt}) + \phi_i(-\dfrac{dX_2}{dt}) + \mu_i(-\dfrac{dX_3}{dt}), i = 1,2,3; \\ \alpha_i(A) = \alpha_{0,i} + \alpha_i\int\limits_0^A w_{\alpha,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \beta_i(A) = \beta_{0,i} + \beta_i\int\limits_0^A w_{\beta,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ \phi_i(A) = \phi_{0,i} + \phi_i\int\limits_0^A w_{\phi,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \mu_i(A) = \mu_{0,i} + \mu_i\int\limits_0^A w_{\phi,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ A(t) = \int\limits_0^t N(t)dt; N_i(t) = V_p|F_2(t)|. \end{cases} \qquad (5)$$

Ядра операторов в (5) имеют ту же структуру, что и в (2). Однако совершаемая работа соответствует (2) лишь в случае, когда система имеет точку равновесия, асимптотически устойчивую. В общем случае в отличие от (2) работа и мощность определяются для сил, имеющих различные проекции на оси X_1, X_2 и X_3. Выражения для вычисления работы в общем случае подробно проанализированы в нашей монографии[1]. Таким образом, в ходе эволюции наблюдается перераспределение элементов матрицы жёсткости и диссипации системы. При этом в матрицах жёсткости, как правило, возрастают те составляющие, которые формируют силовые реакции со стороны среды в направлениях X_1 и X_3. Коэффициенты матрицы диссипации варьируются в результате действия следующих факторов:

- они принципиально зависят от величины запаздывающего аргумента при формировании изменений сил резания, а запаздывающий аргумент при неизменной скорости резания увеличивается при возрастании объёма пластической деформации в зоне резания, вовлекаемого в перестройку системы. Поэтому матрицы диссипации при малых вариациях координат состояния относительно точки равновесия могут быть отрицательными и по модулю они, как правило, возрастают в ходе эволюционных преобразований;

- за счёт кинетической характеристики процесса резания на падающем участке зависимости сил от скорости наблюдается эффект отрицательного трения в области контакта передней грани инструмента со струж-

кой и в области, прилегающей к задней поверхности инструмента. Этот эффект, как правило, возрастает по мере приработки и развития износа, то есть в ходе эволюции системы.

Рассмотрим пример эволюционного изменения системы резания в предположении, что матрицы диссипации остаются неизменными, то есть $\beta_i = \phi_i = \mu_i = 0$. Ограничимся случаем, когда работа, совершаемая при колебаниях системы в окрестности точки равновесия, пренебрежимо мала, по сравнению с работой, совершаемой главной составляющей силы резания по мере перемещения инструмента относительно заготовки. Это справедливо в тех случаях, когда точка равновесия является асимптотически устойчивой или многообразия, формируемые в окрестности этой точки, имеют амплитуды, существенно меньшие, чем величина припуска на обработку. Тогда вместо (5) необходимо рассмотреть следующую упрощённую эволюционную систему резания:

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2X(t)}{dt^2} + h_\Sigma \dfrac{dX(t)}{dt} + cX(t) = F(X, \dfrac{dX(t)}{dt}); \\ F(X, \dfrac{dX(t)}{dt}) = \{F_1(X, \dfrac{dX(t)}{dt}), F_2(X, \dfrac{dX(t)}{dt}), F_3(X, \dfrac{dX(t)}{dt})\}^T; \\ F_i(X, \dfrac{dX(t)}{dt}) = F_{0,i} + \alpha_i(A)(-X_1(t)), i = 1,2,3; \\ \alpha_i(A) = \alpha_{0,i} + \alpha_i \displaystyle\int_0^A w_{\alpha,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ A(t) = \displaystyle\int_0^t N(t)dt; \\ N_i(t) = V_p|F_2(t)|, \end{cases} \tag{6}$$

где $h_\Sigma = \begin{bmatrix} (h_{1,1}+\beta_{0,1}); & (h_{2,1}+\phi_{0,1}); & (h_{3,1}+\mu_{0,1}) \\ (h_{1,2}+\beta_{0,2}); & (h_{2,2}+\phi_{0,2}); & (h_{3,2}+\mu_{0,2}) \\ (h_{1,3}+\beta_{0,3}); & (h_{2,3}+\phi_{0,3}); & (h_{3,3}+\mu_{0,3}) \end{bmatrix}$ – суммарная матрица диссипации с учётом реакции со стороны процесса резания.

Рассмотрим конкретный пример для этого случая. Основные параметры системы приведены в табл. 3. Суммарная матрица диссипации условно принята симметричной и положительно определённой. Начальные значения сил, определяемые технологическими режимами ($t_P = 2{,}5мм$, $S_P = 0{,}2мм/об$, $V_P = 120{,}0м/мин$) при точении стали 20Х режущими пластинками из Т15К6 равны $F_{0,1} = 40{,}0кГ$, $F_{0,2} = 100{,}0кГ$, $F_{0,3} = 60{,}0кГ$. Начальные значения коэффициентов жёсткости процесса резания соответственно равны $\alpha_{0,1} = 100кГ/мм$, $\alpha_{0,2} = 80{,}0кГ/мм$, $\alpha_{0,3} = 20{,}0кГ/мм$.

 ISBN 5-7890-0368-0

Таблица 3

Параметры подсистемы инструмента
с учётом реакции со стороны процесса резания

$m, \frac{кГс^2}{мм} \cdot 10^{-3}$	$h_\Sigma, \frac{кГс}{мм}$	$c, \frac{кГ}{мм} \cdot 10^3$
$\begin{bmatrix} 0{,}25; & 0; & 0 \\ 0; & 0{,}25; & 0 \\ 0; & 0; & 0{,}25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1{,}2; & 0{,}2; & 0{,}1 \\ 0{,}2; & 1{,}5; & 0{,}2 \\ 0{,}1; & 0{,}2; & 1{,}4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1{,}0; & 0{,}5; & 0{,}2 \\ 0{,}5; & 1{,}2; & 0{,}4 \\ 0{,}2; & 0{,}4; & 1{,}6 \end{bmatrix}$

Мы видим, что пара корней характеристического полинома после некоторой эволюции становятся равными между собой и вещественными (точка «А» на рис.3,б). Затем эти корни расходятся по вещественной оси в разные стороны, и один из корней пересекает мнимую ось. В этот момент «замороженная» система теряет устойчивость точки равновесия, и координата X_1 по закону неустойчивой экспоненты уходит в бесконечность. Наблюдается так называемый «подрыв» инструмента.

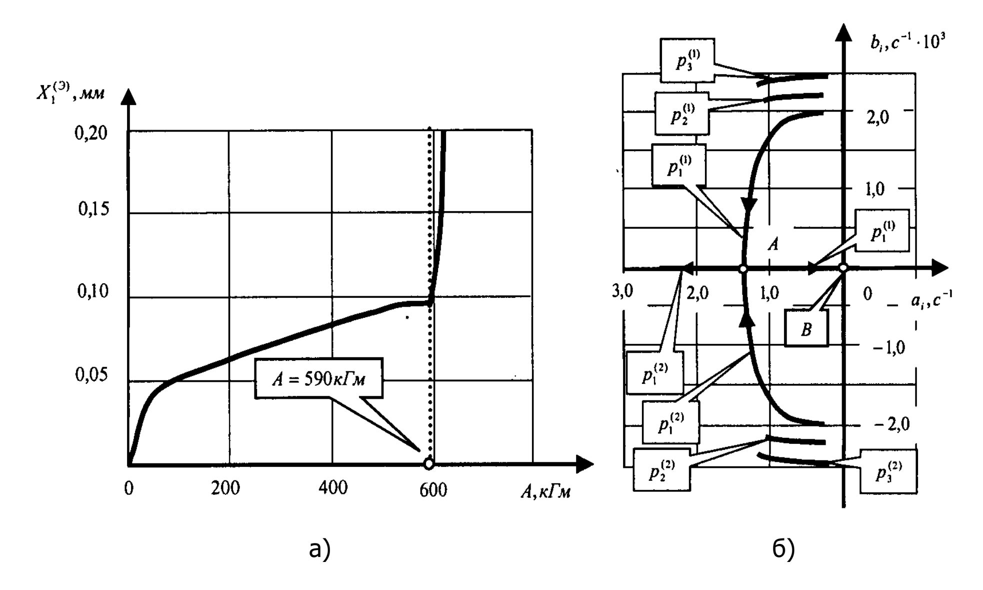


Рис.3. Эволюционные траектории смещения точки равновесия системы
в направлении X_1 (а) и корней характеристического полинома (б) для системы (8)

Система в целом в этом случае претерпевает двойные бифуркационные преобразования. Три наложенных друг на друга устойчивых фокуса на начальной стадии эволюции преобразуются в точке «А» на рис.3 в два устойчивых фокуса, которым соответствуют колебания относительно узла, асимптотически стремящегося к точке равновесия. Затем в точке одна из траекторий становится неустойчивой, но к ней стягиваются все остальные траектории. Приведённый пример показывает, что эволюционные преобразования в процессе резания характеризуются только износом инструмента

и (или) изменением текущих значений диаметра обрабатываемой заготовки. Это лишь два внешних проявления эволюционных изменений системы. Большего внимания, на наш взгляд, заслуживает изменение топологии фазового пространства, проявляющееся в бифуркационных преобразованиях и связанное с ними изменениях динамической характеристики процесса резания.

Идентификация ядер интегральных операторов. При построении эволюционных уравнений главную сложность представляет идентификация ядер интегральных операторов. Все интегральные операторы в системах уравнений являются стационарными. Поэтому возможно их оценивание на участке приработки режущего инструмента и установления стационарного состояния. Более общий алгоритм идентификации рассмотрен ранее [1]. Здесь приведём достаточно простой способ оценивания ядер интегральных операторов на примере определения изменений динамической жёсткости процесса резания для случая, когда в качестве жёсткости используется традиционное скалярное о ней представление, принятое в технологии машиностроения. Кроме этого будем считать, что стационарное состояние системы является устойчивым. Подчеркнём, что построение эволюционных уравнений, позволяющих оценивать смещение точки равновесия, то есть изменение диаметра детали, целесообразно выполнять при изготовлении изделий, имеющих малую жёсткость, или в тех случаях, когда жёсткость подсистемы инструмента мала (например, при растачивании отверстий расточными оправками). В этом случае эволюционное уравнение будет

$$\begin{cases} c_1 Y_1(t) = \chi_1\{F_0 + [\alpha_0 + \alpha_1 \int\limits_0^A w_\alpha(A-\tau)N(\tau)d\tau](-Y_1(t) - Z_1(t))\}; \\ C_1 Z_1(t) = \chi_1\{F_0 + [\alpha_0 + \alpha_1 \int\limits_0^A w_\alpha(A-\tau)N(\tau)d\tau](-Y_1(t) - Z_1(t))\}; \\ A(t) = \int\limits_0^t N(t)dt; N(t) = V_p \left|\chi_2 F(t)\right|, \end{cases} \tag{7}$$

где α_0, α_1 – параметры, подлежащие идентификации; $w_\alpha(A-\tau) =$ $= \exp\{-\frac{1}{T_\alpha}(A-\tau)\}$ – ядро оператора, в котором также необходимо идентифицировать основной параметр T_α.

В процессе исследований заданными параметрами системы (7) являются c_1, C_1, χ_1, χ_2 и V_P, причём они постоянны. Наблюдаемыми координатами являются $Y_1(t)$ и $Z_1(t)$. Координата $Y_1(t)$ наблюдаема на основе прямого измерения упругих деформаций инструмента, например, с помощью тензометрических датчиков. Координата $Z_1(t)$ определяется на основе измерения отклонения диаметра детали после обработки при измеренной координате $Y_1(t)$. Измеримой на основе определения упругих деформаций является сила F_0 в системе, у которой выполняется соотноше-

ние $\alpha_0 / c_1 = \alpha_0 / C_1 \approx 0$. Кроме этого по самому смыслу системы (7) при $t = 0 \quad \alpha_1 \int_0^A w_\alpha (A - \tau) N(\tau) d\tau \} (-Y_1(t) - Z_1(t)) \equiv 0$. Поэтому определение α_0 осуществляется на начальной стадии процесса обработки после переходного процесса, связанного с врезанием инструмента в заготовку, по выражению

$$\alpha_0 = \frac{C_1}{C_1 + c_1} [F_0 - \frac{c_1}{\chi_1} Y(0)]. \tag{8}$$

Так как измеримой является $Y_1(t)$ и $V_P = const$, то можно вычислить фазовую траекторию $\{A, dA/dt = N\}$ и представить её в виде векторов $\{A(0), A(1), \cdots A(k)\}^T$ и $\{N(0), N(1), \cdots N(k)\}^T$. Кроме этого из (7) справедливо

$$\alpha_\Sigma (A) = \alpha_1 \int_0^A w(A - \xi) N(\xi) d\xi , \tag{9}$$

где $\alpha_\Sigma (A) = \dfrac{F_0}{Y_1(A) + Z_1(A)} - \dfrac{c_1 Y_1(A) + C_1 Z_1(A)}{2\chi_1 [Y_1(A) + Z_1(A)]} - \alpha_0$.

Характерно, что при $A = 0 \quad \alpha_\Sigma = 0$, так как в этом случае имеем $2\chi_1 F_0 = c_1 Y_1(0) + C_1 Z_1(0) + 2\chi_1 \alpha_0 [Y_1(0) + Z_1(0)]$ – условие статического равновесия системы на начальной стадии процесса резания. Поэтому смысл функции $\alpha_\Sigma (A)$ характеризует изменение динамической жёсткости процесса резания за счёт совершённой работы необратимых преобразований. Так как интегральный оператор является стационарным, и его параметры ищут в виде $w_\alpha (A - \tau) = \exp\{-\frac{1}{T_\alpha}(A - \tau)\}$, то можно сформировать функционал

$$I = \sum_{i=0}^{i=k} \{\alpha_\Sigma (A_i) - \alpha_1 \int_0^{A_i} [\exp(-\frac{A - \xi}{T_\alpha})] N(\xi) d\xi\}^2 = \min , \tag{10}$$

позволяющий определить α_1 и T_α наилучшим образом в среднеквадратическом. Выбор α_1 и T_α, удовлетворяющих функционалу (10), удобно осуществлять по методу Гаусса - Зайделя.

Можно ещё в большей степени упростить процедуру оценивания α_1 и T_α, если ввести в рассмотрение математическое ожидание мощности резания с оценкой

$$\hat{N} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{i=k} N(i) , \tag{11}$$

где $\hat{N} = const.$

Тогда функционал (10) существенно упростится:

$$I = \sum_{i=0}^{i=k} \{\alpha_{\Sigma}(A_i) - \alpha_1 \hat{N} T_{\alpha}(1 - e^{-\frac{A_i}{T_\alpha}})\}^2 = \min\ . \qquad (12)$$

Приведём пример оценивания параметров интегрального оператора для случая растачивания отверстия в магний - алюминий - цинковом сплаве МЛ – 5 диаметром $d = 65{,}4 мм$ при постоянных режимах резания. Скорость резания $V_P = 60{,}0 м/мин$, величина подачи на оборот $S_P = 0{,}01 мм/об$, глубина резания $t_P = 2{,}0 мм$. Инструмент из Т15К6 из трёхгранных неперетачиваемых пластинок. Измерение упругих деформаций расточных оправок в радиальном направлении осуществлялось с помощью прямого тензометрирования изгибных их деформаций. Пример характеристики функции изменения мощности по работе приведён на рис.4,а, а функции изменения $\alpha_{\Sigma}(A)$ – на рис.4,б. По приведённым графикам несложно оценить параметры ядра интегрального оператора. Они равны $T_{\alpha} = 24 кГм$, $\alpha_1 = 1{,}08 с/кГм^3$. В этом случае значение эволюционной составляющей динамической жёсткости процесса резания получается в $кГ/м$.

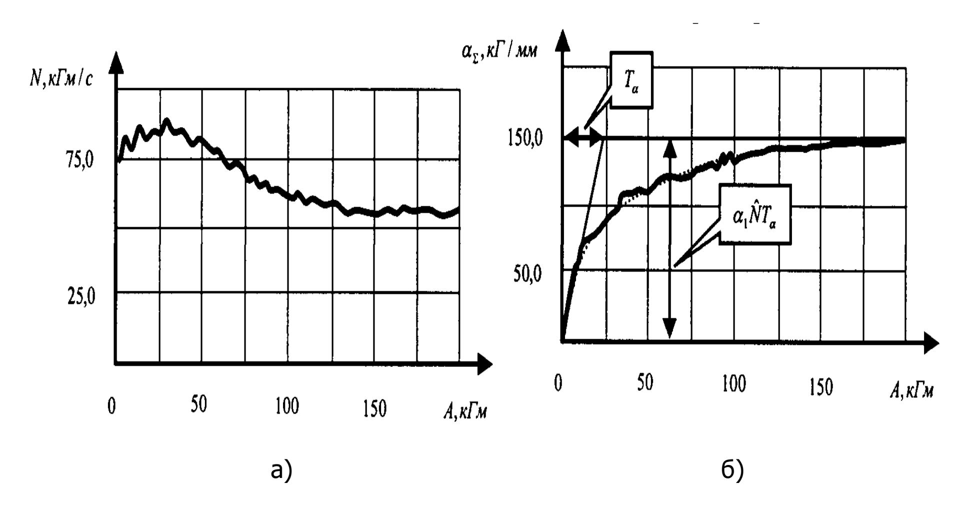


Рис.4. Пример упрощённого способа оценивания параметров ядер интегрального оператора: а – фазовая траектория работы-мощности; б – функция изменения суммарной жёсткости по работе

При практической реализации систем диагностики и управления использование математических моделей для учёта эволюционных преобразований является недостаточным. Это лишь имитационная модель, позволяющая определить общую тенденцию изменения траекторий исполнительных перемещений. Её целесообразно дополнить экспериментально полученными траекториями эволюции корней характеристического полинома.

Приведём пример построения таких траекторий для рассмотренного случая растачивания отверстий в магний - алюминий - цинковом сплаве МЛ – 5 диаметром $d = 65{,}4 мм$ (рис.5). При этом работа сил резания изменялась от нуля до $300 кГм$. На диаграммах приведены лишь значимые корни

в частотном диапазоне $100\,Гц - 2{,}0кГц$. Эти корни формируют пространство N^6, в котором отображаются отдельные стадии эволюции системы. Так как проиллюстрировать графически шестимерное пространство не представляется возможным, то на рисунке приведены также пространственные диаграммы изменения модулей корней $p_i = a_i \pm b_i$ ($i = 1,2,3$), то есть $|p_i| = \sqrt{(a_i)^2 + (b_i)^2}$ и аргументы, которые в данном случае характеризуют частоты основных осцилляторов, включённых в АР-модель сигнала виброакустической эмиссии.

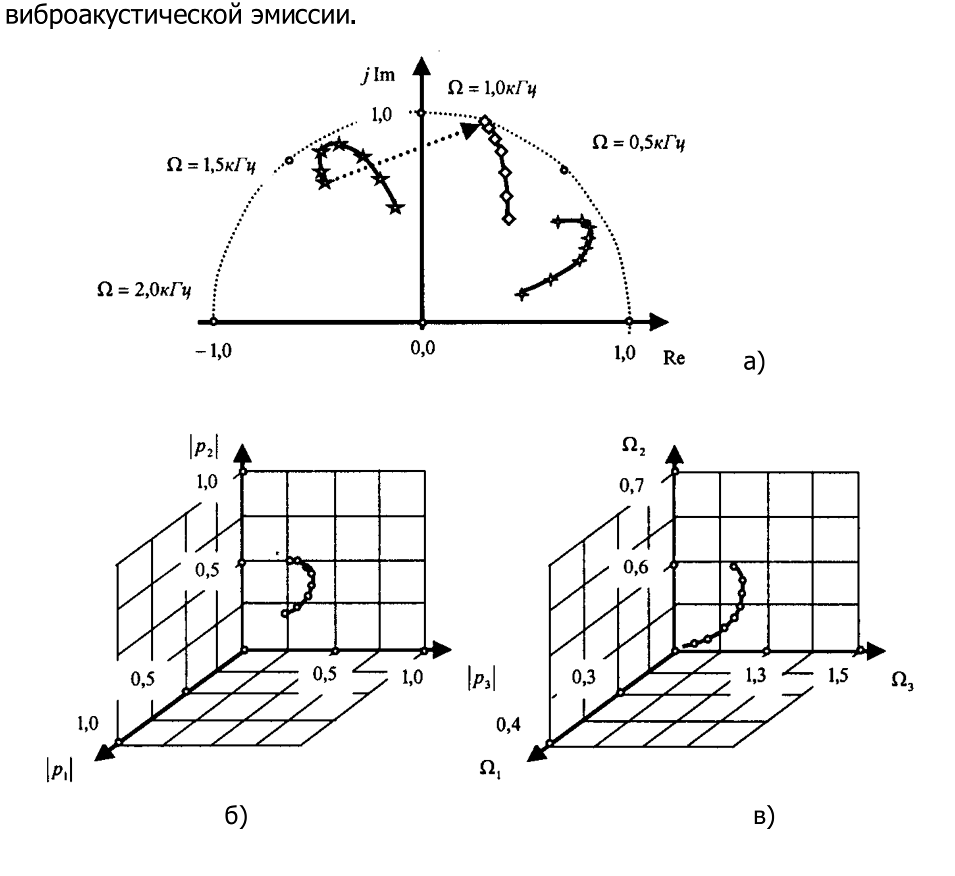


Рис.5. Пример эволюционных диаграмм корней характеристического полинома: а – диаграмма эволюции корней характеристического полинома АР-модели в комплексной плоскости; б – эволюционная диаграмма модулей корней; в – эволюционная диаграмма частот

Ранее показано, что изменения матриц жёсткости и диссипации вызывают вариации как модулей, так и аргументов. Однако модули, характеризующие коэффициенты затухания каждого осциллятора, в большей степени характеризуют текущее диссипативное влияние процесса резания на колебания, а смещения частот (аргументов корней) в основном зависят от изменения динамической жёсткости процесса резания. Приведённые здесь диаграммы являются типичными для обработки резанием. Особенностью рассматриваемых траекторий является достижение вторым корнем единичной окружности и стягивание на конечной стадии к этому корню третьего

(на рисунке показано пунктирной стрелкой). Такое преобразование корней обусловлено бифуркациями динамической системы резания после перехода второго корня через единичную окружность. В системе в этом случае на порядок и более возрастает амплитуда второго осциллятора и подавляются колебания третьего. Здесь отметим, что экспериментально полученные эволюционные диаграммы характеризуют базу знаний, на которую можно опираться для реального оценивания отдельных стадий эволюции. Такое оценивание не вызывает сложности, так как опирается на легко измеримые временные вибрационные последовательности.

Выводы.

1. В ходе функционирования системы резания имеет место её динамическая перестройка, обусловленная эволюционными изменениями параметров динамической характеристики процесса обработки. Эволюционным траекториям параметров динамической характеристики соответствуют траектории корней характеристического полинома в комплексной плоскости. Наблюдение за траекториями корней в процессе резания удобно выполнять на основе авторегрессионного спектрального анализа сигнала виброакустической эмиссии. Траектории корней, в свою очередь, характеризуют не используемую ранее информационную базу, позволяющую в реальном времени диагностировать и управлять процессом резания.

2. Эволюция параметров динамической характеристики процесса резания вызывает изменение параметров многообразий, формируемых в окрестностях стационарных траекторий, которые задаются траекториями «медленных» движений исполнительных элементов станка. В отдельных точках эволюционных траекторий наблюдается изменение топологии фазового пространства подсистемы «быстрых» движений, то есть бифуркации, которые принципиально меняют динамический режим процесса резания. В результате наблюдается смещение траекторий формообразующих движений инструмента относительно заготовки, определяющие показатели геометрического качества изделий. Поэтому наблюдение за траекториями корней характеристического полинома позволяет оценивать текущие показатели геометрического качества изделий непосредственно в ходе обработки.

3. При моделировании эволюционных преобразований в динамической системе резания необходимо использовать функциональные уравнения, в которых параметры динамической характеристики связаны с траекториями пространства работа – мощность интегральным преобразованием. В результате, с одной стороны, силы необратимых преобразований при резании являются зависящими от траекторий, с другой, - сами траектории являются зависящими от сил, так как определяются траекториями работы и мощности.

Библиографический список

1.Заковоротный В.Л., Блохин В.П., Алексейчик М.И. Введение в динамику трибосистем. – Ростов н/Д: ИнфоСервис, 2004. – 680 с.

2. Заковоротный В.Л., Флек М.Б. Динамика процесса резания. Синергетический подход. – Ростов н/Д: Терра, 2006. – 823 с.

Материал поступил в редакцию 11.07.06.

V. L.ZAKOVOROTNY, PHAM DINH TUNG

THE PROBLEMS OF MODELING THE EVOLUTION OF THE DYNAMIC SYSTEM, INTERACTING WITH THE ENVIRONMENT

The article proposes a new method of modeling the evolutional system, which interacts with the environment. The cutting process or tribo-space, which are formed in the contact area of two conjugate mechanical subsystems, are considered as an environment. The features of the environment depend not on the coordinates of the state of the system, but on the trajectories. That is why the parameters of the environment are performed not as integral operators of the equations like Volter equation.

ЗАКОВОРОТНЫЙ Вилор Лаврентьевич (р. 1940), доктор технических наук (1981), профессор (1983), заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов» ДГГУ (1981), проректор по научно-исследовательской работе ДГТУ. Окончил (1962) РИСХМ по специальности «Автоматические, телемеханические и электроизмерительные приборы и устройства» Работает в области динамического мониторинга, взаимодействия сложных управляемых систем со средами.
В 1984 г. совместно с сотрудниками Киевского политехнического института и Южмаша стал лауреатом Государственной премии в области науки и техники Украины.
Имеет более 250 опубликованных работ. Руководит аспирантурой и докторантурой.

Фам Дин Тунг (р.1981), аспирант каф. «Автоматизация производственных процессов» ДГТУ.
Область научных интересов – управляемая эволюция технических систем.